TD Automates à piles

Olivier Raynaud (raynaud@isima.fr)

Question 1. *Montrer que le langage* $a^n b^n$ *(pour* $n \geq 1$*) n'est pas rationnel. Concevoir un automate à pile qui reconnaît ce langage.*

Question 2. *Montrer que le langage composé des palindromes impaires sur l'alphabet* $\{a, b, X\}$*, avec un seul 'X' en position centrale n'est pas rationnel. Concevoir un automate à pile qui reconnaît ce langage.*

Question 3. *Montrer que le langage composé des palindromes non vides sur l'alphabet* $\{a, b\}$ *n'est pas rationnel. Concevoir un automate à pile qui reconnaît ce langage.*

Question 4. *Concevoir un automate à pile reconnaissant le langage des mots sur* $\{a, b\}$ *formés de* n *occurrences de 'a' ou de 'b' suivies de* n *occurrences de 'a'.*

Question 5. *Montrer que le langage des mots composés avec autant de 'a' que de 'b' n'est pas rationnel. Concevoir un automate à pile qui reconnaît ce langage.*

Question 6. *Concevoir un automate à pile qui reconnaît le langage* $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ ou } j = k\}$.

Question 7. *Montrer que le langage des chaînes sur* $\{0, 1\}$ *contenant deux fois plus de* 1 *que de* 0 *n'est pas rationnel ; Concevoir un automate à pile qui le reconnaît.*

Question 8. *Soit un mot* w *sur* $\{0, 1\}$*, concevoir un automate à pile qui imprime le plus long des deux premiers facteurs de* w *composés uniquement de* 1.

Question 9. *Soit un mot* w *sur* $\{0, 1\}$*, concevoir un automate à pile qui, lorsqu'il accepte un mot, a imprimé le plus long préfixe* α *tel que* $w = \alpha\beta\gamma$ *avec* $\alpha\gamma$ *formant un palindrome et* $|\alpha| = |\gamma|$.

Question 10. *Concevoir un automate à pile qui reconnait le langage des chaînes sur l'alphabet* $\{0, 1\}$ *n'ayant aucun préfixe contenant plus de* 1 *que de* 0.

Question 11. *Concevoir un automate à pile qui reconnaît le langage* $\{a^n b^m c^m d^{2n} | n \geq 0, m > 0\}$ *sur* $\Sigma = \{a, b, c, d\}$.

Question 12. *Donner des automates à piles pour chacun des langages suivants :*

- $L_1 = \{a^p b^q \mid 0 < q \leq p\}$. *Peut-on concevoir un automate déterministe ?*
- $L_2 = L_{pal} = \{xx^R \mid x \in \{a, b\}^*\}$;
- $L_3 = \bar{L}_{pal}$;
- $L_4 = \bar{L}_{copie}$ *où* $L_{copie} = \{xx \mid x \in \{a, b\}^*\}$;
- $L_5 = L(\mathcal{G})$ *avec* $\mathcal{G}$ *la grammaire ayant pour alphabet terminal* $\{d, n, v, p\}$, *pour alphabet non terminal* $\{S, N, V, P\}$ *et pour rËgles :*$\{S \rightarrow NV$; $N \rightarrow dn \mid NP$; $V \rightarrow v \mid VN \mid VP$, $P \rightarrow pN\}$

Références